

EPREUVE de: Olympiades de mathématiquesNOTE                      /20

Appréciation

VuEpreuve de: Olympiades de mathématiquesFeuille N°: 1 / 3

Exercice I:

1. Le nombre d'enchère maximum est de 6 car on ne peut faire qu'un nombre entre 1 et 6. oui

2. a. L'ordinateur dit toujours la vérité lors de sa première enchère et ensuite tant que la seconde enchère est inférieure à 6. l'ordinateur renchérit de 1 la seconde enchère. oui mais incomplet

b. Il n'y a pas d'erreur. Faux

c. Lors de la première enchère de l'ordinateur, il ne faut pas douter et lors de sa seconde enchère, il faut douter. oui

~~4. b. c. d. e. f. g. h. i. j. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z.~~

3. La loi de probabilité de la variable  $E_1$  est :

lors que $E_1 = 6$ est de	<u>10/60</u>	<u>✓</u>
lors que $E_1 = 5$ est de	<u>12/60</u>	<u>✓</u>
lors que $E_1 = 4$ est de	<u>15/60</u>	<u>✓</u>
lors que $E_1 = 3$ est de	<u>20/60</u>	<u>✓</u>
lors que $E_1 = 2$ est de	<u>3/60</u>	<u>✓</u>
lors que $E_1 = 1$ est de	<u>0/60</u>	<u>oui</u>

4 et 5. a) La probabilité que Ben gagne s'il doute l'enchère  $1/6$  car la probabilité que Anais dise la vérité est de  $5/6$ .  
La probabilité qu'il gagne s'il surenchérit est de  $1/6$  oui.

6) Lors que l'enchère est 2, la probabilité que Ben gagne s'il doute l'enchère est de 0. La probabilité qu'il gagne s'il surenchérit est de  $4/6$  car il peut avoir 3, 4, 5 et 6 en dé.

Lors que l'enchère est 3, la probabilité que Ben gagne s'il doute l'enchère est de  $1/2$ . La probabilité qu'il gagne s'il surenchérit est de  $1/2$  car il peut avoir 4, 5 et 6 en dé.

Lors que l'enchère est de 4, la probabilité que Ben gagne s'il doute l'enchère est de  $1/3$ . La probabilité qu'il gagne s'il surenchérit est de  $1/3$  car il peut avoir 5 et 6 en dé.

Lors que l'enchère est de 6, la probabilité que Ben gagne s'il doute l'enchère est de 0. La probabilité qu'il gagne s'il surenchérit est de 0 car il ne peut pas avoir un dé  $> 6$ .  
oui

6. On suppose que Ben connaît la technique d'Anais

~~La probabilité que Anais enchérisse a 2 est de  $2/3$~~

Quand Anais enchère a 2. Ben a  $2/3$  chance de gagner et cela arrive  $3/60$ .

Quand Anais enchère a 3. Ben a  $1/2$  chance de gagner et cela arrive  $10/60$ .

Quand Anais enchère a 4. Ben a  $1/3$  chance de gagner et cela arrive  $75/60$ .

Quand Anais enchère a 5. Ben a  $1/6$  chance de gagner et cela arrive  $12/60$ .

Quand Anais enchère a 6. Ben a 0 chance de gagner et cela arrive  $10/60$ .

On multiplie les chances de gagner et le taux d'apparition en cas de chaque enchère.

Enchère de 1 :  $2/60$  —

Enchère de 3 :  $10/60$  —

Enchère de 4 :  $5/60$  —

Enchère de 5 :  $2/60$  —

Enchère de 6 :  $0$  —

Puis on additionne les résultats, ~~la~~ pour obtenir la probabilité de Ben de gagner à ce tour.

$$2/60 + 10/60 + 5/60 + 2/60 + 0/60 = 19/60$$

Toutes les fois où Ben perd, Anaïs gagne. Donc Anaïs a une probabilité de gagner à ce tour.

$41/60$   
une probabilité

• oui

reuve de: \_\_\_\_\_

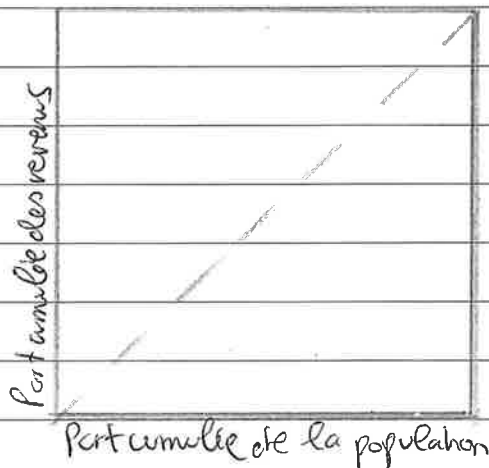
Feuille N°: 1 / 3

## Exercise II

cumulative

① La diagonale représente l'égalité parfaite car cela signifie que chaque part de la population obtient la même part cumulée des revenus.

②



La courbe de Lorenz de l'Irregularité complète

$\gamma$  peu visible.

③ Il est impossible pour la courbe d'être entièrement située au dessus de la diagonale car la population est répartie de manière croissante. Donc si la courbe monte au début au dessus de la diagonale ce n'est pas possible car cela signifierait que la population plus riche posséderait moins de richesses.

explicită

La courbe de Lorenz est croissante car la population est répartie du plus pauvre au plus riche. donc la courbe ne peut pas décroître ?

① a) En cas d'égalité parfaite :  $G = 0$

b) En cas d'inégalité complète :  $G = 1$

Amplicon



Pourquoi

② Soit  $A = 0,5 - B$  et  $B = 0,5 - A$

$$\text{Donc } G = \frac{A}{A+B} = \frac{A}{A+0,5-A} = \frac{A}{0,5} = 2A$$

$$G = \frac{A}{A+B} = \frac{0,5-B}{0,5-B+B} = \frac{0,5-B}{0,5} = (0,5-B) \times 2 = 1-2B$$

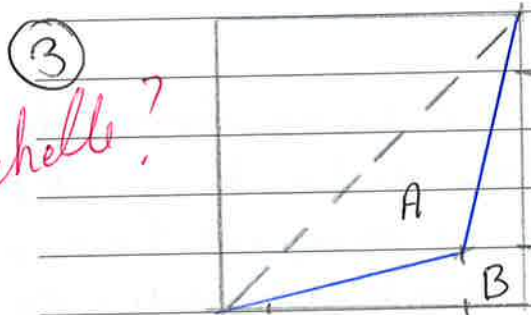
Mal écrit pas de sens

Bei A étant  $\leq 0,5$ , G est donc bien compris entre  $0 \leq G \leq 1$  et pourquoi

Vérifions en utilisant les extrêmes :  $A = 0,5$  et  $B = 0$   
 $B = 0,5$  et  $A = 0$

$2A \in [0; 1]$  G appartient bien à l'intervalle  
 $1-2B \in [0; 1]$

échelle ?



Je calcule l'aire de B :

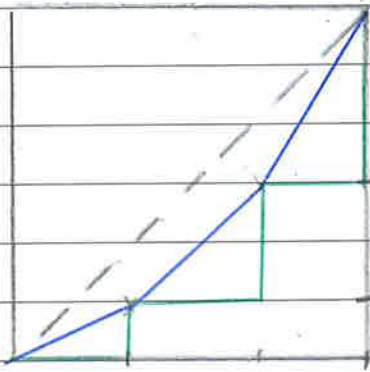
$$A_B = 0,8 \times 0,8 + 0,04 = 0,2$$

$$\text{Or } A+B = 0,5 \text{ Donc } A = 0,5 - 0,2 = 0,3$$

$$G = \frac{A}{A+B} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

Le coefficient de Gini de cette courbe est 0,6.

④



Deux exemples de courbe de cette situation (en vert et en bleu)

échelle?

Dans la situation BLEU

$$B = \frac{1}{36} + \frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{14}{36} ; \quad \frac{14}{18} \text{ Dans la moitié de carré / triangle.}$$

$$A = \frac{18}{18} - \frac{14}{18} = \frac{4}{18}$$

$$G = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

$$A = \frac{1}{2} - B$$

calcul incohérent

Dans la situation VERT

$$B = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{8}{18} \neq \frac{8}{18} \text{ du petit triangle}$$

$$A = \frac{18}{18} - \frac{8}{18} = \frac{10}{18}$$

$$G = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

Ces deux situations étaient les situations les plus extrêmes donc on peut bien affirmer que :

$$\frac{2}{9} \leq G \leq \frac{5}{9}$$